

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III

Aula Teórica 21 (Cap. 33 parte 2/2):

- 1) Energia armazenada num Campo Magnético
- 2) Densidade de energia de um campo magnético
- 3) Comportamento de um indutor num circuito

Prof. Marcio R. Loos

Energia armazenada num Campo Magnético

- Ao levantarmos uma caixa do chão e a colocarmos sobre uma mesa, o trabalho realizado para levantar a caixa fica armazenado como **energia potencial gravitacional** no **campo gravitacional** da Terra.
- Quando duas cargas (+ e -) são afastadas, trabalho deve ser realizado e este fica armazenado na forma de **energia potencial elétrica** no **campo elétrico**.
- Energia pode também ser armazenada no campo magnético!
- Dois fios longos transportando corrente de mesmo sentido se atraem (ou 2 ímãs).
- Para afastar os fios, trabalho deve ser realizado.
- Este trabalho fica armazenado como **energia magnética** no **campo magnético** (das correntes).
- **Mas como calcular a energia armazenada num campo magnético?**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

Energia armazenada num Campo Magnético

- Considere o circuito ao lado.
- De acordo com a lei das malhas, temos:

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt}$$

- Multiplicando a eq. acima por i , obtemos:

$$\mathcal{E}i = i^2 R + Li \frac{di}{dt}$$

↑

Taxa com que a energia é fornecida pela bateria

↑

Taxa com que a energia é dissipada no resistor

↑

Taxa com que a energia é armazenada no campo magnético

A energia que não aparece como energia térmica deve ficar armazenada no campo B do indutor!

Conservação da Energia

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

Energia armazenada num Campo Magnético

- Potência é a taxa com que trabalho é realizado:

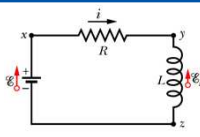
$$P = \frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}$$
- Logo $dU_B = Li di$ ou

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Li di \quad U_B = \frac{1}{2} Li^2$$

Energia magnética
(energia no campo B)

$$\mathcal{E}i = i^2 R + Li \frac{di}{dt}$$
- U_B é a energia total armazenada num indutor L transportando uma corrente i .
- Compare U_B com U_C , a energia armazenada num capacitor:

$$U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

Exercício

$U_B = \frac{1}{2} Li^2$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})$

Uma bobina tem uma indutância de 70 mH e uma resistência de 0,47 Ω.

- Se uma fem de 9,0 V for aplicada, qual será o valor da energia armazenada no campo magnético depois que a corrente atinge seu valor de equilíbrio? [**$U_B = 13J$**]
- Depois de quantas constantes de tempo terá sido armazenado um terço da energia de equilíbrio? [**$t = 0,87\tau_L$**]

Resolução

(a) Corrente de equilíbrio: $t = \infty$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathcal{E}}{R} = 19A$ $U_B = \frac{1}{2} Li^2 = 13J$

(b) $U_B' = \frac{1}{3} U_B$ $U_B = \frac{1}{2} Li^2$ $\frac{1}{2} Li'^2 = \left(\frac{1}{3}\right) \frac{1}{2} Li^2$ $\left[\frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})\right]^2 = \left(\frac{1}{3}\right) \left[\frac{\mathcal{E}}{R}\right]^2$

$1 - e^{-t/\tau_L} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $t = 0,87\tau_L$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

Exercício

Num circuito RL em série, $R = 27,2 \Omega$ e $L = 4,23 H$. Uma fem de 12,0 V é subitamente aplicada ao circuito. Para $t = 0,156 s$ (que é o valor de uma constante de tempo indutiva):

- Qual é a taxa P com a qual a energia é fornecida pela bateria? [**$P = 3,34 W$**]
- A que taxa P_R a energia térmica aparece no resistor? [**$P_R = 2,12 W$**]
- A que taxa P_B a energia é armazenada no campo magnético? [**$P_B = 1,22 W$**]

Resolução

(a) $P = \mathcal{E}i$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})$ $P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = 0,63 \frac{\mathcal{E}^2}{R} = 3,34W$

(b) $P_R = Ri^2$ $P_R = R \left[\frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})\right]^2 = 2,12W$

(c) $P_B = \frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = 0,278A$

$\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} \frac{d(1 - e^{-t/\tau_L})}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(e^{-t/\tau_L} \frac{1}{\tau_L} \right) = 1,04A/s$ $P_B = 1,22W$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

Densidade de energia de um campo magnético

- Ao definirmos a **energia magnética**, consideramos que o campo era criado por um **indutor L**.
- Voltaremos nossa atenção para o próprio campo **B** (independente da fonte);
- Derivaremos uma expressão para a **densidade de energia magnética** ($u_B = U_B / Vol.$)
- Considere um comprimento **l** próximo ao centro do solenóide de seção transversal de área **A**.
- $Vol = Al$

$$u_B = \frac{U_B}{Vol} = \frac{U_B}{Al}$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad u_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{i^2 L}{2A l}$$

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \quad u_B = \frac{\mu_0 n^2 i^2}{2} \quad B = \mu_0 i n$$

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Densidade de energia magnética

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

Densidade de energia de um campo magnético

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Densidade de energia magnética

- Válida para todas as configurações de campo magnético (não só solenóide).
- Compare com a densidade de energia armazenada num campo elétrico:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Energia armazenada no campo elétrico (qq geometria)

- Em ambos casos, **u** é proporcional ao quadrado do campo.

Solenóide X Capacitor
B X E

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

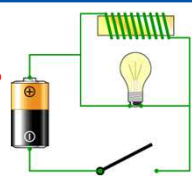
Comportamento de um indutor num circuito

- Considere o circuito ao lado:
- A lâmpada é um resistor (tem resistência interna).
- O fio no indutor tem resistência muito menor.
- Espera-se que, ao ligar o interruptor, a lâmpada brilhe muito fracamente.**
- A corrente "deveria" seguir o caminho de baixa resistência, através do indutor.
- Mas ao ligar o interruptor, **a lâmpada brilha intensamente e, na seqüência, fica mais fraca.** Devido ao *indutor*, a corrente em R será menor que ϵ/R .
- Quando o interruptor é desligado, a lâmpada brilha com intensidade **e**, então, desliga rapidamente.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

Comportamento de um indutor num circuito

- Quando a corrente começa a fluir pela bobina, um campo magnético induzido surgirá nela.
- Enquanto o campo é estabelecido, a bobina inibe o fluxo da corrente.
- Uma vez que o campo esteja estabelecido, a corrente pode fluir normalmente através do fio.
- Quando o interruptor é desligado, o campo magnético da bobina (ENERGIA) mantém a corrente fluindo até que o campo seja nulo.
- Essa corrente mantém a lâmpada acesa por um período de tempo.
- O indutor pode armazenar energia no seu campo magnético e tende a resistir a qualquer mudança na quantidade de corrente que flui através dele.**

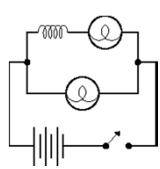



Choque ao desligar fonte de laptop!
(comentar)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 10

Comportamento de um indutor num circuito

No circuito seguinte o indutor é a bobina de fio. As lâmpadas são idênticas.
Pergunta-se: o que acontece quando se liga o interruptor?

- As lâmpadas acendem ao mesmo tempo
- A lâmpada ligada diretamente à bateria acende antes do que a que está ligada ao indutor.
- A lâmpada ligada ao indutor acende antes do que a lâmpada ligada diretamente à bateria.
- As lâmpadas não acendem.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 11

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 33: 1, 5, 6, 8, 9, 13, 18, 19, 22, **29, 30, 33, 35, 37, 38 e 42.**

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.
Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):
web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 12
