

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
Campus Blumenau

## Física Geral III

Aula Teórica 19 (Cap. 32 parte 2/2):  
1) Indução e Transferências de Energia  
2) O campo elétrico induzido

Prof. Marcio R. Loos

---

---

---

---

---

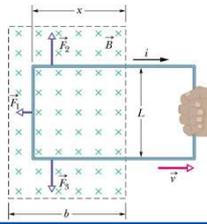
---

---

---

### Indução e Transferências de Energia

- A fig. mostra uma espira na presença de um **B** externo.
- A espira é puxada para a direita com  $v=cte$ .
- O que ocorrerá?
- A área da espira imersa no campo varia e o fluxo varia!**
- Uma corrente surgirá na espira em sentido tal que o **B** criado se oponha à variação (diminuição) do fluxo.
- Calcularemos a taxa na qual trabalho mecânico é realizado para puxar a espira.



Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

---

---

---

---

---

---

---

---

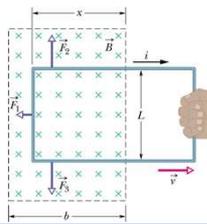
### Indução e Transferências de Energia

- Para  $v=cte$ , a força para puxar a espira deve ser  $F_{ext}=F_1$ . ( $F_{ext}+F_1=ma=0$ )
- A taxa na qual trabalho é realizado ( $W/t$ ) é:

$$P = Fv$$

$$F \equiv F_{ext}$$

- Derivaremos uma expressão para  $P$  em função do:
  - B: Campo magnético
  - R: Resistência da espira
  - L: dimensão



Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

---

---

---

---

---

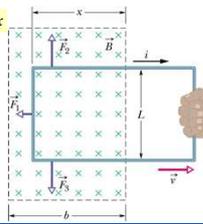
---

---

---

### Indução e Transferências de Energia

- Para aplicarmos a Lei de Faraday, devemos saber o fluxo de  $\vec{B}$  através da espira.
- Seja  $x$  o comprimento da bobina imerso no campo.
- Logo:
 
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \Phi_B = \int B dA \cos\theta = B \int dA = BA \quad \Phi_B = BLx$$
- Note que se  $x$  diminui,  $\Phi_B$  diminui.
- Usaremos a lei de Faraday para obter o módulo da  $\epsilon$  induzida:
 
$$\epsilon = N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \epsilon = N \frac{d(BLx)}{dt} = NBL \frac{dx}{dt} \quad \epsilon = NBLv$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

---

---

---

---

---

---

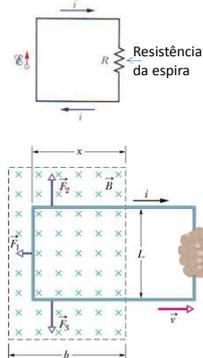
---

---

### Indução e Transferências de Energia

$\epsilon = \frac{dW}{dq}$

- A fig. mostra o sentido no qual a corrente flui.
- $\epsilon$  e  $i$  induzidos devem ter o mesmo sentido.
- Aplicando o método da energia na fig., temos:
 
$$i^2 R dt = \epsilon dq = \epsilon (idt) \quad \epsilon = Ri \therefore i = \frac{\epsilon}{R}$$
- (não usamos a regra das malhas, pois não podemos definir um potencial para uma  $\epsilon$  induzida (veremos depois))
- Sabendo-se que  $\epsilon = NBLv$ , reescrevemos a corrente como:
 
$$i = \frac{NBLv}{R}$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

---

---

---

---

---

---

---

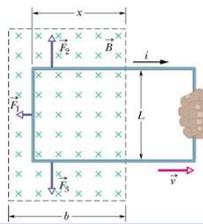
---

### Indução e Transferências de Energia

$i = \frac{NBLv}{R}$

- A força sobre cada segmento da espira é relacionada à corrente por:
 
$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$$
- $F_2$  e  $F_3$  se cancelam.
 
$$F_1 = F = iL B \sin\theta = iL B \sin 90^\circ \quad F = NiLB$$
- Substituindo  $i$ , temos:
 
$$F = N^2 \frac{B^2 L^2 v}{R} \quad F = \text{cte}$$
- A taxa na qual trabalho é realizado vale, então:
 
$$P = Fv \quad P = N^2 \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

Taxa de realização de trabalho



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

---

---

---

---

---

---

---

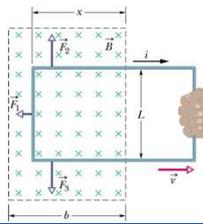
---

### Indução e Transferências de Energia

- A taxa com que a energia térmica aparece na espira é dada por:
 
$$P = Ri^2 \quad P = R \left( \frac{NBLv}{R} \right)^2$$

$$P = \frac{N^2 B^2 L^2 v^2}{R}$$

Taxa de energia térmica
- Mesma eq. que a obtida anteriormente.
- O trabalho realizado puxando a espira aparece como energia térmica.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA    Prof. Loos    Física Geral III    loos.prof.ufsc.br    7

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exercício

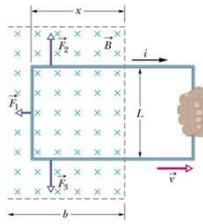
Considere que a "espira" na Fig. ao lado é uma bobina compacta de 85 espiras. Suponha  $L=13\text{cm}$ ,  $B=1.5\text{T}$ ,  $R=6.2\Omega$  e  $v=18\text{cm/s}$ .

- Qual o valor da fem induzida na bobina?
- Qual é a corrente induzida?
- Que força devemos exercer sobre a bobina para retirá-la do campo B?
- Com que taxa devemos realizar trabalho?
- Com que taxa a energia térmica aparece na bobina?

Resposta: (a) 3,0V; (b) 0.48A; (c) 8,0N; (d) 1,4W; (e) 1,4W.

Resolução

$$(a) \mathcal{E} = N \frac{d\Phi_B}{dt} = N \frac{d(BLx)}{dt} = NBL \frac{dx}{dt} = NBLv \quad (b) i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$(c) \vec{F}_B = Ni\vec{L} \times \vec{B} : F1 = F = NiLB \quad (d) P = Fv \quad (e) P = \frac{N^2 B^2 L^2 v^2}{R}$$


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA    Prof. Loos    Física Geral III    loos.prof.ufsc.br    8

---

---

---

---

---

---

---

---

---

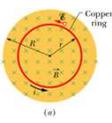
---

---

---

### O campo elétrico induzido

- Um campo **B** uniforme ocupa um volume cilíndrico de raio R.
- Suponha que  **aumentamos**  a intensidade do campo a uma taxa constante (aumentando i).
- Um **anel de raio r** é submetido a este campo **B**.
- A **variação de B** produz uma **variação de fluxo magnético**.
- O que acontecerá no anel?**
- De acordo com a lei de Faraday uma **fem e corrente induzida** surgiram no anel.
- Se existe uma corrente no anel DEVE existir um campo E** que cause o movimento dos PDC.
- De acordo com a Lei de Lenz, a **corrente** deve ser no sentido **anti-horário**.
- Um **CAMPO ELÉTRICO INDUZIDO** estará presente ao longo do anel.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA    Prof. Loos    Física Geral III    loos.prof.ufsc.br    9

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

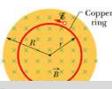
---

### O campo elétrico induzido

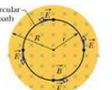
- A existência de um campo elétrico **independe** da presença de qualquer carga teste ou do anel.
- Um campo B variável criará um campo E no espaço vazio!**
- Considere a circunferência imaginária de raio r (fig. b).
- O campo **E induzido** deverá ser tangente ao círculo.
- As **linhas de campo E** produzidas pelo campo B variável **descreverão círculos concêntricos** (fig. c).

Enunciado mais geral da Lei de Faraday:

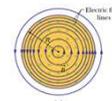
Um campo B variável produz um campo elétrico.



Copper ring  
E aponta no mesmo sentido de i (PDC + → -)



Circular path



Electric field lines

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br
10

---

---

---

---

---

---

---

---

---

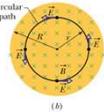
---

### O campo elétrico induzido

$\epsilon = \frac{dW}{dq}$

- Considere uma carga  $q_0$  se movendo ao longo da circunferência imaginária (fig. b).
- O trabalho realizado **sobre a partícula pelo campo E induzido** vale:  
 $W = q_0 \epsilon$
- O trabalho feito ao mover a carga também pode ser escrito como:  
 $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = (q_0 E)(2\pi r)$
- Igualando as duas expressões acima, obtemos a relação:  
 $\epsilon = 2\pi r E$
- O trabalho feito ao mover a carga  $q_0$  ao longo de qualquer caminho fechado pode ser escrito de forma mais geral como:  
 $W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$
- Como  $W = q_0 \epsilon$ , notamos que:  
 $\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$

A fem induzida é a soma do produto escalar  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  ao longo de uma curva fechada, onde  $\vec{E}$  é o campo elétrico induzido pela variação de fluxo magnético e  $d\vec{s}$  é o elemento de comprimento ao longo da curva



Circular path

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br
11

---

---

---

---

---

---

---

---

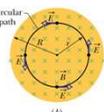
---

---

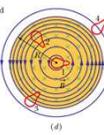
### O campo elétrico induzido

$\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$

- A Lei de Faraday pode ser reescrita como:  
 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$  **Lei de Faraday**
- A eq. acima pode ser aplicada a qualquer curva fechada que possa ser traçada em uma região onde existe um campo B variável.
- A fig. (d) mostra quatro curvas fechadas.
- $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$  pois  $\frac{d\Phi_B}{dt}$  é o mesmo para ambos
- $\epsilon_3$  será menor, pois  $\Phi_B$  será menor.
- $\epsilon_4 = 0$ , pois  $\Phi_B = 0$ .



Circular path



d

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br
12

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### O campo elétrico induzido

- **Campos E induzidos** são produzidos por fluxos magnéticos e NÃO por cargas elétricas.
- O campo E produzido por variações de fluxo magnético e por cargas exercem forças sobre partículas carregadas.
- Diferença entre ambos:

As linhas de campo para campo elétricos induzidos formam curvas fechadas.

As linhas de campo para cargas não formam curvas fechadas. (começam em “+” terminam em “-”)

O potencial elétrico tem significado apenas para campos elétricos produzidos por cargas estáticas; o conceito não se aplica aos campos elétricos produzidos por indução.

- Se aplicássemos o conceito de potencial para um campo E induzido teríamos:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \text{ (cam. fechado)} \quad \text{mas na verdade: } \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 30: 2, 5, 6, 10, 12, 23, 27, 30, 31, 34, 36, 43, 46, 47, 48, 50, 53 e 67.

Capítulo 31: 8, 9, 11, 13, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 28, 29, 34, 35, 37, 38, 40, 41, 42, 46, 47, 48, 53 e 56.

Capítulo 32: **1, 2, 4, 5, 6, 9, 12, 19, 23, 24, 25, 26, 29, 34, 36, 37, 41, 43.**

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: [loos.prof.ufsc.br](http://loos.prof.ufsc.br) e-mail: [marcio.loos@ufsc.br](mailto:marcio.loos@ufsc.br)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---