

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III

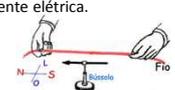
Aula Teórica 17 (Cap. 31 parte 2/2):

- 1) Lei de Ampère
- 2) Campo Magnético fora de um fio retilíneo longo
- 3) Campo Magnético dentro de um fio retilíneo longo
- 4) Solenóide
- 5) Toróide

Prof. Marcio R. Loos

André-Marie Ampère

- 1775 — 1836.
- Foi um
 - físico
 - filósofo
 - cientista
 - matemático
- Partiu das experiências feitas por Hans Christian Oersted sobre o efeito magnético da corrente elétrica.




- Foi o criador do primeiro eletroímã!



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

Lei de Ampère

- A lei de Ampère para campo magnético é análoga a lei de Gauss para o campo elétrico.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

RELEMBRANDO
Lei de Gauss: forma matemática

- A constante de proporcionalidade na Lei de Gauss é ϵ_0 :

$$\epsilon_0 \Phi = q_{enc}$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{enc}$$

q_{enc} (ou q) é a soma algébrica de todas as cargas encerradas pela superfície.
Use o sinal na soma!

$q > 0$ fluxo p/ fora.
 $q < 0$ fluxo p/ dentro.

- Cargas fora da superfície não são incluídas no cálculo!
- A distribuição das cargas no interior da superfície não importa.
- O vetor resultante E na Lei de Gauss é o campo elétrico resultante de todas as cargas internas ou externas à superfície gaussiana!
- As linhas de campo devido a cargas externas entram e saem da superfície em igual quantidade.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

Lei de Ampère

- A Lei de Ampère para campo magnético é **análoga** à Lei de Gauss para o campo elétrico.
- Desenhe uma "curva amperiana" ao redor do sistema de correntes (veja fios à direita).
- A curva pode ter qualquer formato...mas deve ser fechada!
- Some as componentes de B ao longo da curva, para cada elemento de comprimento ds ao longo da curva.
- O valor da integral abaixo é proporcional à corrente envolvida:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$$

Lei de Ampère

Curva Amperiana
Direção de integração

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

Lei de Ampère
Campo Magnético fora de um fio retilíneo longo

- Já resolvemos este problema usando a lei de Biot-Savart:

Wire surface
Curva Amperiana
 $(\theta = 0)$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

RELEMBRANDO

B devido a um fio retilíneo longo

- Como calcular B devido a um fio retilíneo longo?
- Basta somar todas contribuições ds para a corrente.
- A distância r entre cada ds e o ponto P varia!

$$dB = 2 \int_0^{\infty} dB = \frac{\mu_0 i ds \sin \theta}{4\pi r^2}$$

$$B = \int_0^{\infty} \frac{\mu_0 i ds \sin \theta}{2\pi r^2}$$

Note que:

$r = \sqrt{R^2 + s^2}$

$r \sin \theta = R$

$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta = \frac{R}{r}$

Logo:

$B = \int_0^{\infty} \frac{\mu_0 i ds R}{2\pi (R^2 + s^2)^{3/2}}$

$B = \int_0^{\infty} \frac{\mu_0 i R}{2\pi (R^2 + s^2)^{3/2}} ds$

$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \int_0^{\infty} \frac{R}{(R^2 + s^2)^{3/2}} ds$

$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$
B devido a um fio retilíneo longo

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

Lei de Ampère

Campo Magnético fora de um fio retilíneo longo

- Já resolvemos este problema usando a Lei de Biot-Savart:

$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

- Vamos obter o mesmo resultado usando a Lei de Ampère:
- Devemos desenhar uma curva amperiana de qualquer forma...
- ... como sabemos que o campo ao redor de um fio descreve círculos, escolhemos uma curva circular de raio r.
- B e ds são paralelos e B é constante na curva, logo:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi} B ds \cos \theta = \mu_0 i_{enc}$

$B 2\pi r = \mu_0 i$

$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$
B devido a um fio retilíneo longo

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

Lei de Ampère

Campo Magnético dentro de um fio retilíneo longo

- Agora podemos calcular B dentro de um fio retilíneo longo.
- Como a corrente é uniformemente distribuída sobre a seção transversal do fio, ela deve ser cilindricamente simétrica.
- Podemos desenhar uma amperiana circular ao redor do eixo central, de raio r < R.
- A corrente dentro da amperiana é menor que a corrente total!
- A corrente encerrada pela amperiana vale:

$\frac{i}{\pi R^2} = \frac{i_{enc}}{\pi r^2}$

$i_{enc} = i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi} B ds \cos \theta = \mu_0 i_{enc}$

$B 2\pi r = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$

$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} r$

$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} \right) r$
B dentro um fio retilíneo longo

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 10

Exercício: FUN com curvas amperianas

Classifique as curvas de acordo com o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ calculado nas direções mostradas, do mais positivo para o mais negativo.

A. I, II, III, IV, V.
 B. II, III, IV, I, V.
 C. III, V, IV, II, I.
 D. IV, V, III, II, I.
 E. I, II, III, V, IV.

Resolução

I.	-	+	+	+
II.	-	+	+	-
III.	-	+	-	-
IV.	-	-	-	-
V.	-	-	+	-

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 11

Exercício: FUN com curvas amperianas

Classifique as curvas de acordo com o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$, do menor para o maior.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 12

Exercício

Um fio retilíneo longo de raio $R=1,5$ mm transporta uma corrente i de 32 A.

(a) Qual é o módulo de B na superfície do fio?
 (b) Qual é o módulo de B para $r=1.2$ mm?

Resposta

$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ B devido a um fio retilíneo longo

(a) $B = 4,3 \times 10^{-3} T$

$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\right) r$ B dentro um fio retilíneo longo

(b) $B = 3,4 \times 10^{-3} T$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 13

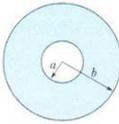
Exercício

A Fig. 29-16a mostra a seção reta de um cilindro longo oco de raio interno $a = 2,0$ cm e raio externo $b = 4,0$ cm. O cilindro conduz uma corrente para fora do plano do papel, e o módulo da densidade de corrente na seção reta é dado por $J = cr^2$, com $c = 3,0 \times 10^6$ A/m⁴ e r em metros. Qual é o campo magnético \vec{B} em um ponto situado a 3,0 cm de distância do eixo central do cilindro?

Dicas para resolução:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$

$i_{enc} = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_a^r J(2\pi r) dr$



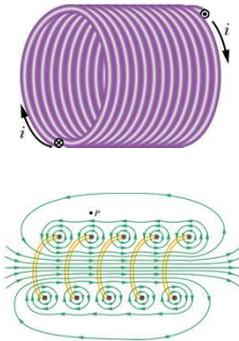
$B = 2,0 \times 10^{-5} T$
 sentido anti-horário

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 14

Solenóide

- Vimos que o campo no centro de uma espira vale:

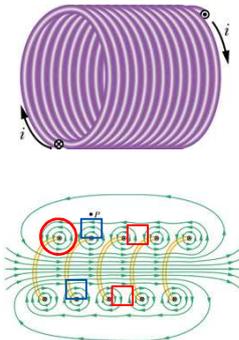
$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$
- Podemos aumentar o campo B simplesmente adicionando mais espiras.
- Uma bobina com várias espiras é chamada de **solenóide**.
- Solenóide = bobina helicoidal (fig. a).
- O campo **B** total do solenóide é a soma dos campos criados por cada espira.
- Admitimos comprimento \gg diâmetro.
- A fig. b mostra as linhas de campo numa seção transversal vertical através do eixo central de um solenóide.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 15

Solenóide

- Para pontos próximos ao fio, **B** se comporta aprox. como o de um fio retilíneo longo (circular).
- A fig. sugere que o campo entre espiras adjacentes tende a se cancelar.
- No interior do solenóide, **B** é aproximadamente paralelo ao eixo central (verdade para caso ideal!)
- B** criado pela parte superior (P) tende a cancelar **B** criado pela parte inferior.
- B**=0 fora de um solenóide ideal.
- Regra da mão direita:**
- Envolve o solenóide com seus dedos, apontando no sentido da corrente. Seu polegar apontará no sentido do **B** axial.

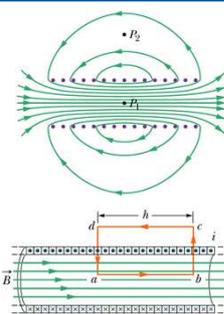


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 16

Solenóide

- A fig. a mostra as linhas de campo num solenóide real.
- É razoável assumir $\mathbf{B}=\mathbf{0}$ fora do solenóide real (B é fraco).
- Dentro do solenóide B é intenso e razoavelmente uniforme.
- Compare este campo B com o de um capacitor:
 - Para o capacitor, E é uniforme entre as placas (exceto nas bordas).
 - Para o capacitor, E é constante dentro e zero fora das placas.
- Calcularemos B dentro de um solenóide usando a Lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 17

Solenóide

- A fig. mostra a curva amperiana $abcd$ escolhida.
- Temos:

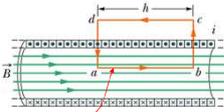
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bh$$
- Seja n o número de espiras por unidade de comprimento.
- Cada espira carrega uma corrente i , de modo que a corrente total ao longo de h é inh .

$$Bh = \mu_0 i_{enc} \quad Bh = \mu_0 in h$$

$$B = \mu_0 in \quad \text{Solenóide ideal: } B \text{ é cte.}$$



Assim como um capacitor é usado para obtenção de um E cte, um solenóide é usado para obtenção de um B cte. Único segmento com contribuição não nula.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 18

Toróide

- Vimos que o campo B em um solenóide "entra"/"sai" de ambas extremidades e enfraquece nestas extremidades.
- Podemos enrolar um solenóide, como uma "rosquinha" de modo que não haja extremidades.
- Obteremos então um **toróide** (fig. a).
- Note que o campo não terá extremidades, mas descreverá círculos.
- Qual o valor de B no interior?
- Desenhemos uma sup. amperiana paralela ao campo, com raio r .

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 19

Toróide

- Se a bobina tiver um total de N voltas, a amperiana envolverá uma corrente total Ni .
- Aplicando a Lei de Ampère, temos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B2\pi r = \mu_0 Ni$$

$$B2\pi r = \mu_0 Ni$$

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi r}$$
Toróide ideal: B ≠ cte
- B=0 fora do toróide (desenhe uma amperiana).

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 20

Exercício

Um solenóide tem um comprimento $L = 1,23$ m, um diâmetro interno $d = 3,55$ cm e conduz uma corrente $i = 5,57$ A. É formado por cinco camadas de espiras cerradas, cada uma com 850 espiras. Qual é o valor de B no centro do solenóide?

Resolução:

$$B = \mu_0 i n \quad n = \frac{\text{número espiras}}{\text{unidade comprimento}} = \frac{5 \times 850}{1,23 \text{ m}} \quad B = \mu_0 i n \quad B = 2,42 \times 10^{-2} \text{ T}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 21

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 30: 2, 5, 6,10, 12,23, 27,30, 31, 34, 36, 43, 46, 47, 48, 50, 53 e 67.

Capítulo 31: 8, 9, 11, 13, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 28, 29, 34, 35, 37, 38, **40, 41, 42, 46, 47, 48, 53 e 56.**

Capítulo 32: 1,2,4,5, 6,9,12, 19, 23, 24, 25, 26, 29, 34, 36, 37,41 e 43.

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.
 Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):
 web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 22
