UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

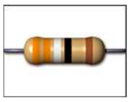
Física Geral III

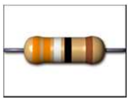
Aula Teórica 13 (Cap. 29):
1) Força elemotriz ε
2) Cálculo da corrente em um circuito de uma malha: Método da Energia e Método do Potencial
3) Resistências em série
4) Circuitos com mais de uma malha
5) Resistências em paralelo
6) Circuitos RC: carregando e descarregando um capacitor

Prof. Marcio R. Loos

Bombeamento de cargas

- Como podemos criar uma corrente elétrica num resistor?

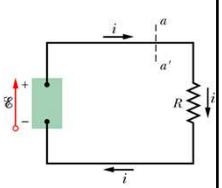
 +  Corrente instável

+  Corrente estável

- A bateria é uma **fonte de tensão** (**fonte**).
- Dizemos que uma **fonte** produz uma **força elemotriz ε**: realiza trabalho sobre portadores de carga (+) e <u>mantém uma ddp entre seus terminais</u>.
- Uma fonte pode ser imaginada como uma “bomba de cargas”.

FEM ε

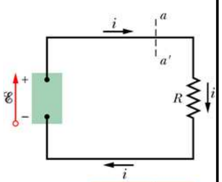
- A **fem** da fonte pode ser representada como uma seta apontando de **“-” para “+”**.
- O círculo diferencia a flecha de corrente.
- A fonte faz com que os portadores de carga (**PDC,+**) sejam **transferidos** do “-” para “**+**”.



- Os PDC se movem de uma região de **baixo potencial** para outra de **alto potencial**.
- Como esse movimento é contrário ao que se espera devido ao campo E, **trabalho deve ser realizado sobre os PDC**.
- Esse trabalho é realizado pela energia no interior da fonte.

FEM ε

- Considere **aa'** na fig. ao lado.
- Em um intervalo de tempo **dt** uma carga **dq** passará por **aa'**.
- Para que **dq** (N PDC) se mova de "**-**" para "**+**", a fonte deve realizar um trabalho **dW**.



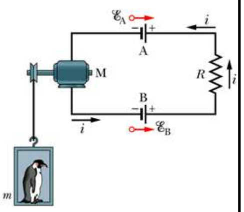
- Lembre da relação $dW = dqV$
- A fem da fonte é **definida** como $\varepsilon = \dfrac{dW}{dq}$ Definição de fem ε $[\varepsilon] = \left[\dfrac{J}{C}\right] = [V]$

A **fem** de uma fonte **é o trabalho por unidade de carga** que a fonte realiza para transferir os PDC de "-" para "+".

- **Fonte ideal**: não apresenta resistência ao movimento de PDC de um terminal para o outro. **ddp=fem**. Se fem=9,0 V ddp=9,0 V.
- **Fonte real**: apresenta resistência interna ao movimento de PDC. Fonte desligada: ddp=fem. Fonte ligada: **ddp<fem**

Exercício: FEM ε

O circuito a seguir contém duas baterias ideiais recarregáveis A e B, uma resistência R e um motor elétrico M que pode levantar um objeto usando a energia que ele obtém dos portadores de carga no circuito. Que afirmação é correta?



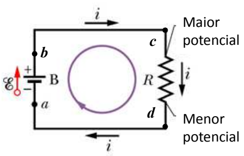
A. A bateria B perde energia química
B. A bateria B recarrega a bateria A
C. A bateria B fornece energia para o motor M
D. A bateria B fornece energia para aquecer R
E. Todas afirmações acima estão corretas

Note que:
As baterias tendem a fazer as cargas circularem em sentidos opostos.

A bateria de maior fem determina o sentido da corrente.

Cálculo da corrente em um circuito de uma malha
Método da Energia

- No circuito ao lado a fonte B é ideal.
- Sabemos que ***dW=Pdt***.
- A eq. $P = Ri^2$ indica que num intervalo **dt** uma energia ***R i²dt*** é dissipada no resistor.



- Durante **dt** uma quantidade de carga **dq=idt** atravessou a fonte B.
- O trabalho realizado pela fonte sobre dq vale $dW = \varepsilon\, dq = \varepsilon\, idt$
- O **trabalho realizado pela fonte** deve ser igual à **energia dissipada no resistor**:

$i^2Rdt = \varepsilon\, idt \quad \therefore \quad \varepsilon = Ri \quad i = \dfrac{\varepsilon}{R}$ Conservação da energia

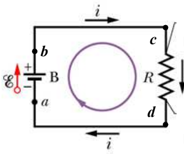
ε é a energia por unidade de carga que **a fonte transfere para as cargas** em movimento no circuito.

iR é a energia por unidade de carga que **as cargas transferem para o resistor**.

A energia transferida **para** as cargas é igual à energia transferida **pelas** cargas.

Cálculo da corrente em um circuito de uma malha
Método do Potencial

- Imagine que percorremos o circuito ao lado em um sentido qualquer e **somamos algebricamente as ddp** encontradas no caminho.
- Ao voltarmos ao ponto de partida, teremos voltado ao potencial inicial.
- Válido para qualquer malha fechada em qualquer circuito.



Maior potencial

Menor potencial

Lei das malhas de Kirchhoff: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero!

Regra das resistências: Quando atravessamos uma resistência no sentido da corrente a variação do potencial é **-iR**; quando atravessamos a resistência no sentido oposto, a variação é **+iR**.

Regra das fontes: Quando atravessamos uma fonte ideal do terminal "-" para o "+", a variação do potencial é **+ε**; quando atravessamos uma fonte no sentido oposto, a variação é **-ε** .

Cálculo da corrente em um circuito de uma malha
Aplicação do Método do Potencial

- Ddp nos ramos: sentido anti-horário

$V_b - \varepsilon = V_a \therefore V_b - V_a = V_{ba} = \varepsilon$

$V_a = V_d \therefore V_a - V_d = V_{ad} = 0$

$V_d + iR = V_c \therefore V_d - V_c = V_{dc} = -iR$

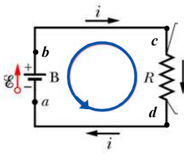
$V_c = V_b \therefore V_c - V_b = V_{cb} = 0$

$$\sum_{circuitofechado} \Delta V = V_{ba} + V_{ad} + V_{dc} + V_{cb} = 0$$

$$\sum_{circuitofechado} \Delta V = \varepsilon + 0 - iR + 0 = 0$$

$\varepsilon - iR = 0$ $\qquad i = \dfrac{\varepsilon}{R}$

Mesmo resultado obtido pelo método da energia!



Maior potencial

Menor potencial

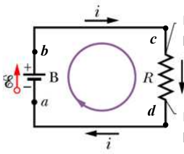
- Ddp nos ramos: sentido horário

SUA VEZ!!!

(Slide a seguir)

Cálculo da corrente em um circuito de uma malha
Aplicação do Método do Potencial

- Ddp nos ramos: sentido horário



Maior potencial

Menor potencial

$V_{da} = V_d - V_a = 0$

$V_{cd} = V_c - V_d = iR$

$V_{bc} = V_b - V_c = 0$

$V_{ab} = V_a - V_b = -\varepsilon$

$$\sum_{circuitofechado} \Delta V = 0 + iR + 0 - \varepsilon = 0$$

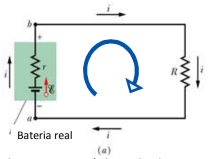
$iR - \varepsilon = 0$

$i = \dfrac{\varepsilon}{R}$

Uma bateria real

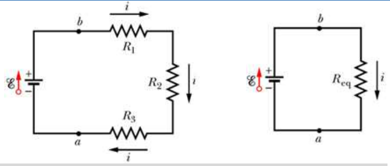
- Baterias reais (Fig. a) tem ***resistência interna*** ao movimento interno de cargas.
- Aplicando a regra das malhas, temos: $\varepsilon - ir - iR = 0$ $\quad i = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$
- Qual a ddp entre os pontos b e a? $V_a + \varepsilon - ir = V_b$ $\quad V_b - V_a = \varepsilon - ir$

$$V_b - V_a = \varepsilon - \left(\frac{\varepsilon}{R+r}\right) r \qquad V_b - V_a = \frac{\varepsilon}{R+r} R$$



A bateria REAL é desenhada como uma bateria IDEAL+ r

Resistências em série



R em série: a corrente i é a mesma em todas as resistências.

$$i = i_1 = i_2 = i_3$$

R em série: a soma das ddp das resistências é igual ao V aplicado.

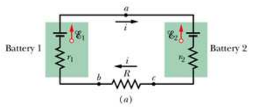
$$\varepsilon - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0 \qquad i = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Resistências em série

$$\varepsilon - iR_{eq} = 0 \qquad i = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \qquad R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad \boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i}$$

Exercício: Múltiplas baterias

Considere o circuito ao lado.
a) Qual a corrrente i do circuito?
b) Qual a ddp entre os terminais das baterias?



$$\varepsilon_1 = 4.4V \quad \varepsilon_2 = 2.1V \quad r_1 = 2.3\Omega \quad r_2 = 1.8\Omega \quad R = 5.5\Omega$$

Resolução:
Usamos a regra das malhas para obter a corrente i: (sentido anti-horário)

$$-\varepsilon_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \varepsilon_2 = 0$$

$$i = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + R + r_2} = 0.24A$$

Escrevemos uma expressão para a ddp:
Entre a-b (sentido horário):

$$V_b - ir_1 + \varepsilon_1 = V_a \qquad V_a - V_b = -ir_1 + \varepsilon_1 = +3.8V$$

Entre a-c (sent. Horário):

$$V_a - \varepsilon_2 - ir_2 = V_c \qquad V_a - V_c = \varepsilon_2 + ir_2 = +2.5V$$

Circuitos com mais de uma malha

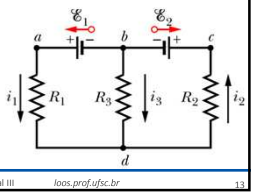
- O circuito da fig. tem dois nós **b** e **d** e três ramos: **badb**, **bcdb**, **bd**.
- Quais são as correntes nos 3 ramos?

Nó - é qualquer ponto do circuito em que dois ou mais terminais (fios) se liguem.

Ramo – é o único caminho entre dois nós consecutivos.

Malha - é qualquer caminho fechado seguido sobre ramos de um circuito.

Regra dos nós – A soma das correntes que entram em um nó é igual a soma das correntes que saem.



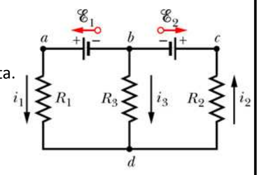
- Agora podemos calcular as correntes...

Circuitos com mais de uma malha

- Determine os nós, ramos e malhas.

badb: i_1
bcdb: i_2
bd: i_3

- Nomeie arbitrariamente as correntes: a corrente deve ter o mesmo valor em todos os pontos de um ramo.
- As direções das correntes são arbitrárias: Correntes negativas significam direção oposta.

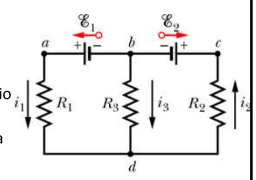


- Regra dos nós (em d): $i_1 + i_3 = i_2$
- Use a regra dos nós à vontade:

Geralmente o nº de vezes que podemos aplicá-la é uma a menos que o nº de nós no circuito.

Circuitos com mais de uma malha

- Selecione uma malha e escolha uma direção arbitrária.
- Seguindo a direção da corrente , iR<0 e a voltagem diminui;
- O oposto ocorre percorrendo o sentido contrário ao da corrente;
- fem será positiva quando percorrida de “-” para “+ “ e negativa no caso oposto.
- Regra das malhas:



badb: anti-horário

$$\varepsilon_1 - i_1R_1 + i_3R_3 = 0$$

bdcb: anti-horário

$$-i_3R_3 - i_2R_2 - \varepsilon_2 = 0$$

- Aplique a regra das malhas quantas vezes for preciso... desde que um novo elemento de circuito ou corrente surja nas eq.

- Outras Malhas:

badcb: anti-horário

$$\varepsilon_1 - i_1R_1 - i_2R_2 - \varepsilon_2 = 0$$

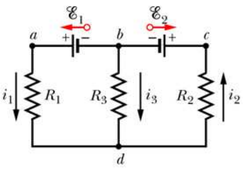
=badb+bdcb

bcdb: horário

$$\varepsilon_2 + i_2R_2 + i_3R_3 = 0$$

Circuítos com mais de uma malha

- Em geral, para resolver um circuíto, o nº de equações independentes necessários a partir das duas regras *(nós e malhas)*, é igual ao nº de correntes desconhecidas.
- Solução:



$$i_1 + i_3 = i_2$$

$$\varepsilon_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0$$

$$-i_3 R_3 - i_2 R_2 - \varepsilon_2 = 0$$

$$i_1 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_1 R_3 - \varepsilon_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad i_2 = \frac{\varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_2 R_3 - \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad i_3 = \frac{-\varepsilon_2 R_1 - \varepsilon_1 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

Teste as Eq.. Por ex. faça $R_3 = \infty$ $\quad$ $i_3 < 0$: o sentido é contrário ao na Fig.

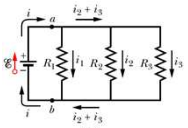
Resistências em paralelo

- Quando uma ddp é aplicada a resistências em paralelo, todas resistências terão mesma ddp V.

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

- Regra dos nós na Fig. a:

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, i_2 = \frac{V}{R_2}, i_3 = \frac{V}{R_3} \qquad i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$



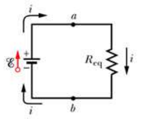
(a)

- Regra das malhas na fig. b:

$$V - iR_{eq} = 0 \qquad i = \frac{V}{R_{eq}} \qquad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

Resistências em paralelo

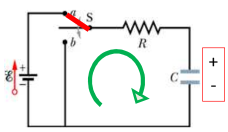


(b)

- O inverso da resistência de resistores em paralelo é igual à soma dos inverso das resistências individuais.
- A R_{eq} será sempre menor que a menor resistência da associação.

Circuitos RC: Carregando um Capacitor

- Circuito RC: corrente varia com o tempo! (q(t))!
- Para carregar o capacitor, ligamos "a".
- Regra das malhas: $\varepsilon - iR - \boxed{\frac{q}{C}} = 0$
- Mas $i = \frac{dq}{dt}$



- Substituindo e rearranjando: $\boxed{R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon}$ Eq. de carga

Eq. diferencial: qual a função q(t) ?

- Condições de contorno: $q(t=0) = 0; \quad i(t=0) = \frac{\varepsilon}{R};$ $\quad q(\max) = C\varepsilon; \quad i = 0;$
- Logo:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC} \qquad \frac{dq}{dt} = \frac{C\varepsilon}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\varepsilon}{RC} \qquad \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}dt$$

- Integrando:

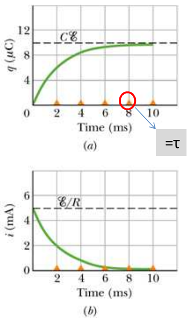
$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \qquad \ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC} \qquad \frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

Circuitos RC: carregando um capacitor

$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$

Capacitor carregando



- q(t) pode ser obtido experimentalmente medindo-se a ddp no capacitor V_c:

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon(1 - e^{-t/RC})$$

- i(t) pode ser obtido experimentalmente medindo-se a ddp no resistor V_R:

$$V_R(t) = i(t)R = \varepsilon e^{-t/RC}$$

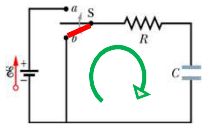
- t = 0: q = 0, V_c = 0, i = ε/R;
- t => ∞: q = Cε, V_c = ε, i = 0;

RC ≡ τ Constante de tempo capacitiva

- t = RC: q = Cε(1-e^{-1}) = 0.63Cε; i = ε/Re^{-1} = 0.37 ε/R

Circuitos RC: descarregando um capacitor

- Circuito RC: corrente varia com o tempo! (q(t))!
- Para DEScarregar o capacitor, ligamos "b".
- Regra das malhas: $-\frac{q}{C} - iR = 0$



- Logo: $-R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$ $\quad \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$
- Condições de contorno:

$$q(t=0) = q_0$$

- Logo: $\int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$ $\quad \ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{t}{RC}$ $\quad \frac{q}{q_0} = e^{-\frac{t}{RC}}$
- Portanto:

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC}$$

Capacitor descarregando

- t = 0: q = q_0 = CV_0, i = q_0/RC;
- t => ∞: q = 0, i = 0;

Exercício: Circuito RC

Em um circuito RC série, V=12,0V, R=1,40MΩ e C=1,80μF.
(a) Calcule a constante de tempo.
(b) Determine a carga máxima que o capacitor pode receber.
(c) Quanto tempo é necessário para que a carga do capacitor atinja o valor de 16,0μC?

Resposta:

$$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$$

$$a)\ \tau = 2{,}52s$$

$$b)\ q = 21{,}6\mu C$$

$$c)\ t = 3{,}40\ s$$

Exercício: Circuito RC

•58 Um capacitor com uma carga inicial q_0 é descarregado através de um resistor. Que múltiplo da constante de tempo τ é o tempo necessário para que o capacitor descarregue (a) um terço da carga inicial; (b) dois terços da carga inicial?

Resposta:

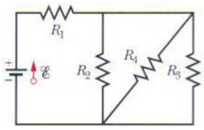
$a)t = 0{,}41\,\tau$

$b)t = 1{,}1\,\tau$

Exercício

••40 Na Fig. 27-51 $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = R_3 = 50{,}0\ \Omega$, $R_4 = 75{,}0\ \Omega$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathscr{E} = 6{,}00$ V. (a) Determine a resistência equivalente. Determine a corrente (b) na resistência 1; (c) na resistência 2; (d) na resistência 3; (e) na resistência 4.

Resposta:



$a)R_{eq} = 119\Omega$

$b)i_1 = 0{,}050\,A$

$c)i_2 = 0{,}020\,A$

$d)i_3 = 0{,}020\,A$

$e)i_4 = 0{,}013\,A$

O que acontece quando um jacaré tenta comer uma enguia elétrica?

(a) A enguia morre.
(b) O jacaré morre.
(c) O jacaré leva um choque.
(d) Todas alternativas estão corretas.

Células nervosas especiais geram uma ddp =~ 0,14 V.
Uma enguia possui de 2 000 a mais de 10 000 mioeletroplacas.

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 26: 5, 6, 9, 11, 13, 14
Capítulo 26: 15, 16, 26, 28, 34, 35, 36, 37, 38,40, 41
Capítulo 26: 43, 45, 48, 56, 60, 68 e 70
Capítulo 27: 2, 4, 6, 8, 11, 12, 16, 17, 18, 21, 23, 26, 27, 29, 30
Capítulo 27: 36, 46, 47, 52, 60, 63, 64 e 65.
Capítulo 28: 1, 7, 9, 15, 16, 26, 27, 28, 44, 49, 53 e 57
Capítulo 29: 7, 11, 15, 17, 28, 29, 32, 33, 37, 45, 48, 65, 67, 72, 74 e 75.

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.
Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):
web: *loos.prof.ufsc.br* e-mail: *marcio.loos@ufsc.br*