

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III

Aula Teórica 09 (Cap. 26 parte 3/3):
1) Cálculo do campo a partir do potencial.
2) Energia potencial elétrica de um sistema de cargas.
3) Um condutor isolado.

Prof. Marcio R. Loos

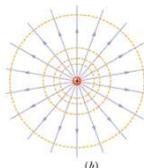
Cálculo do campo a partir do potencial

- Já aprendemos a calcular o potencial elétrico a partir do campo:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
- Aprenderemos o procedimento contrário: Calcular o campo elétrico a partir do potencial!
- De certa forma já resolvemos este problema ao desenharmos superfícies equipotenciais com base nas linhas de campo.

As superfícies equipotenciais indicam a variação de E

Deve haver uma forma matemática (e não gráfica) para se obter E a partir de V

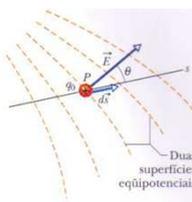


(b)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

Cálculo do campo a partir do potencial

- A Fig. mostra seções transversais de superfícies equipotenciais.
- A ddp entre cada par de superfícies é dV .
- O campo E em qualquer ponto P é **perpendicular à superfície equipotencial** que passa por P .
- Imagine que uma carga teste q_0 se mova $d\vec{s}$ para chegar de uma superfície equipotencial para outra adjacente.
- De acordo com a eq. $\Delta V = -\frac{W_{if}}{q_0}$,
- o trabalho realizado pelo campo sobre a carga teste será $dW_{if} = -q_0 dV$



Duas superfícies equipotenciais

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

Cálculo do campo a partir do potencial

- Com base na fig., podemos ainda escrever:

$$dW_{if} = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

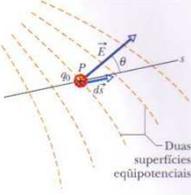
$$dW_{if} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$dW_{if} = q_0 E \cos \theta ds \quad dW_{if} = -q_0 dV$$
- Igualando as duas eq., temos

$$-q_0 dV = q_0 E \cos \theta ds$$

$$E \cos \theta = -\frac{dV}{ds} \quad \text{Componente de E ao longo de um eixo passando por ds}$$

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \quad \text{A derivada parcial indica que a eq. considera a variação de V ao longo do eixo s!}$$



Duas superfícies equipotenciais

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

Cálculo do campo a partir do potencial

- A eq.

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$
- É o inverso de

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
- Em palavras:

“O componente de E em qualquer direção é o negativo da taxa de variação do potencial elétrico com a distância naquela direção”
- Para um sistema 3D (x,y,z) valem as equações:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

Exercício 1/2

- O potencial elétrico de um dado sistema é dado por

$$V = 3x^2y + y^2 + yz$$

com V em volts. Determine a componente x do campo elétrico criado por tal sistema.
- Resolução:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}(3x^2y + y^2 + yz)$$

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x}(3x^2y)$$

$$E_x = -3y \frac{d}{dx}(x^2) \quad E_x = -6xy$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

Exercício 2/2

O potencial elétrico em um ponto sobre o eixo central de um disco uniformemente carregado é dado pela Eq. 24-37,

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z).$$

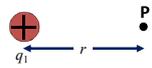
A partir dessa equação, determine uma expressão para o campo elétrico em qualquer ponto sobre o eixo do disco.

Resposta $= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

- Considere que uma partícula q_1 é trazida do infinito até um ponto qualquer: 
- Não realizamos nenhum trabalho sobre q_1 para movê-la até sua posição: **não existe nenhuma força eletrostática agindo sobre q_1 !**
- A carga q_1 irá criar um campo E_1 em um ponto P ao seu redor



- Sabemos que o potencial vale $V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

- Imagine que uma outra partícula, q_2 , seja trazida do infinito até o ponto P 
- Como q_2 está criando um campo ao seu redor, devemos realizar trabalho sobre o campo para deslocar q_2 até P.
- Esse trabalho será armazenado na forma de energia potencial elétrica. Esta poderá ser liberada na forma de energia cinética...
- O trabalho realizado para deslocar q_2 vale $W = q_2 V_1$
 Eliminamos o sinal negativo, pois estamos interessados no trabalho realizado CONTRA o campo e não pelo campo.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

- Assim, a energia potencial elétrica do par de cargas vale:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$$

$$W = q_2 V_1$$

$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 10

Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

U é positivo para cargas de sinais iguais:

- As cargas se repelem e um trabalho positivo deve ser realizado (por um agente externo) para aproximar as cargas.

U é negativo para cargas de sinais opostos:

- As cargas se atraem espontaneamente e uma força deve ser aplicada para manter a 2ª carga estacionária.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 11

Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

- Para mais de duas cargas num sistema, a energia potencial total será dada pela soma **ALGÉBRICA** da energia potencial de todos os **pares de carga**

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 12

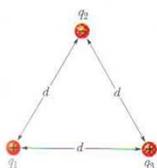
Exercício

A Fig. 24-16 mostra três cargas pontuais mantidas fixas no lugar por forças não-especificadas. Qual é a energia potencial elétrica U desse sistema de cargas? Suponha que $d = 12$ cm e que

$$q_1 = +q, \quad q_2 = -4q, \quad \text{e} \quad q_3 = +2q,$$

onde $q = 150$ nC.

Resposta
 $U = -17$ mJ



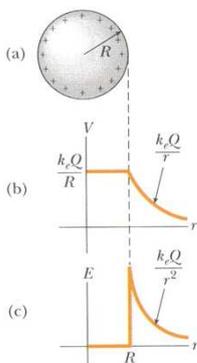
Um Condutor isolado

- Vimos que $E=0$ dentro de um condutor isolado.
- Qualquer excesso de carga se desloca para a superfície do condutor.
- Provaremos o seguinte:
- “Um excesso de carga colocado num condutor isolado se distribuirá por sua superfície, até que os pontos do condutor (interior e superfície) atinjam o mesmo potencial”**
- A prova é direta:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$
- Como $E=0$ dentro do condutor... $V_f = V_i$ para qualquer par de pontos i e f no condutor!

Um condutor isolado

- A Fig. mostra os graficos de $V(r)$ e $E(r)$ para uma casca esférica.
- A curva de $E(r)$ pode ser obtida por derivação de $V(r)$...
- ... a curva de $V(r)$ pode ser obtida por integração de $E(r)$.



Um condutor isolado

- A carga de um condutor irregular não se distribui uniformemente sobre sua superfície.
- Em pontos agudos, onde o raio de curvatura é pequeno e a superfície é convexa (quinas), a densidade de cargas será maior (fig.).
- O campo elétrico externo a tais pontos é **proporcional à densidade de cargas** superficial e será maior em quinas!

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 16

Um condutor isolado

- O ar ao redor destas **pontas** pode se ionizar (se o céu estiver carregado) e centelhas podem ser observadas.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 17

Um condutor isolado

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 18

Um condutor isolado

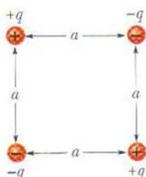


Tesla Orchestra: It's a musical group that uses tesla coils to convert music into lightning



Exercício

- Deduza uma expressão para o trabalho necessário para formarmos a configuração das quatro cargas da fig. abaixo, supondo que as cargas estão, de início, infinitamente afastadas.



Resposta

$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (-4 + \sqrt{2})$$

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 26: 5, 6, 9, 11, 13, 14

Capítulo 26: 15, 16, 26, 28, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41

Capítulo 26: 43, 45, 48, 56, 60, 68 e 70

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

Prof. Loos

Física Geral III

loos.prof.ufsc.br

23
