

UDESC
Joinville

Física Geral III

Aula Teórica 20 (Cap. 33 parte 1/2):

- 1) Revisão sobre indução
- 2) Indutância
- 3) Indutância de um solenóide
- 4) Indutância de um toróide
- 5) Auto-indução
- 6) Indutores
- 7) Circuitos RL

Prof. Marcio R. Loos

Revisão sobre indução

- Lei de Faraday:** Um fluxo magnético variável através de uma espira induzirá uma fem na espira.

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$
- Lei de Lenz:** A direção da corrente induzida é de tal forma que cria um campo B induzido que se opõe a mudança de fluxo.
- Indução e transferência de energia:** As forças na espira devido a corrente induzida se opõe ao seu movimento.

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv$$
- O trabalho realizado puxando a espira aparece como energia térmica.
- Um campo magnético variável cria um campo elétrico induzido.

$$\mathcal{E} = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Comparação: Capacitores x Indutores

Capacitor

→

Campo Elétrico

Indutor

→

Campo Magnético

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Indutância

Indutância é a capacidade de uma bobina (indutor) em criar o fluxo com determinada corrente que a percorre.

Para capacitores, definimos a capacitância: $C = \frac{q}{V}$ **Definição de capacitância**

Quando uma corrente i atravessa um indutor, um fluxo Φ_B surge em cada uma das espiras.

L descreve a proporcionalidade entre a corrente através da bobina e o fluxo magnético nela.

A indutância do indutor é definida como: $L = \frac{N\Phi_B}{i}$ **Definição de indutância**

$N\Phi_B$ é o **enlaçamento de fluxo magnético** (fluxo concatenado).

$[L] = \frac{T \cdot m^2}{A} = H$ (Henry)

Consideraremos que materiais magnéticos (que distorceriam as linhas de \mathbf{B}) não existem nas proximidades de um indutor.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Indutância de um solenóide

Considere um solenóide longo com seção transversal A .

Qual a **indutância por unidade de comprimento** [H/m] próximo ao centro do solenóide?

Usaremos a eq.: $L = \frac{N\Phi_B}{i}$

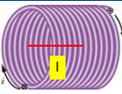
Devemos calcular o **enlaçamento de fluxo** ($N\Phi_B$) criado por uma corrente nos enrolamentos do solenóide.

Considere um comprimento l próximo ao centro do solenóide.

Como $N = nl$ e $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$, o enlaçamento do fluxo vale:

$N\Phi_B = nl \int B dA \cos \theta$ $N\Phi_B = (nl)BA$

O campo no interior do solenóide é dado por: $B = \mu_0 nI$ $N\Phi_B = (nl)\mu_0 nIA$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Indutância de um solenóide

$N\Phi_B = (nl)\mu_0 nIA$

A indutância será:

$L = \frac{N\Phi_B}{i}$ $L = \frac{(nl)\mu_0 nIA}{i}$ \therefore $L = \mu_0 n^2 Al$

Indutância - Solenóide

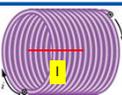
A indutância por unidade de comprimento próximo ao centro será:

$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A$ Compare com a capacitância de um capacitor: $C = \frac{\epsilon_0 A}{l}$

L só depende de fatores geométricos (como a capacitância).

Desprezamos a distorção de \mathbf{B} nas extremidades do solenóide.

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A} = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} = 1.26 \text{ } \mu\text{H/m}$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Indutância de um Toróide

~ A fig. mostra a seção transversal de um toróide de N espiras.

~ Qual a indutância deste toróide?

~ Novamente, usaremos a definição de $L = \frac{N\Phi_B}{i}$

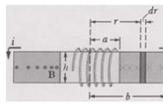
~ Vimos (Cap. 31, aula 23/24) que B na seção transversal do toróide é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}$$

~ Calcularemos o fluxo (Φ_B) sobre a seção transversal do toróide.

~ Para uma tira elementar de área $h dr$ (fig.) temos:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \Phi_B = \int B dA \cos \theta \quad \Phi_B = \int B dA$$

$$\Phi_B = \int_a^b B(h dr) \quad \Phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} (h dr)$$


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Indutância de um Toróide

~ Integrando de a até b:

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \quad \Phi_B = \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

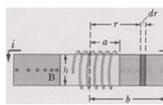
~ A indutância no toróide será:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad L = \left(\frac{N}{i}\right) \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad \text{Indutância - Toróide}$$

~ L depende apenas de fatores geométricos.

~ COPIE A EQUAÇÃO ACIMA!

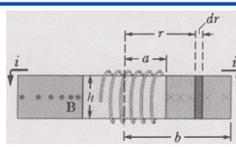


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Exercício

O toróide ao lado tem 738 espiras. Suas dimensões são $a = 47 \text{ mm}$, $b = 86 \text{ mm}$ e $h = 18 \text{ mm}$. Calcule a indutância deste toróide.

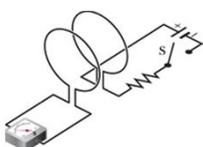
Resolução:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Auto-indução

“ Vimos que, quando duas bobinas estão muito próximas, a variação de i numa bobina produzirá um fluxo magnético na segunda bobina.



Variação de Φ_B

➔

Corrente/fem induzida

“ A variação de i numa bobina (e consequentemente Φ_B) induzirá uma fem nela mesma. Isso é chamado de **auto-indução**.

“ **Processo de auto-indução:** Uma fem induzida ϵ_L aparece numa bobina (indutor) quando a corrente nesta bobina variar.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 10

Auto-indução

“ A fig. representa o processo de auto-indução.

“ A **fem** que surge na bobina é chamada **fem auto-induzida**.

“ A fem auto-induzida obedece a Lei de Faraday:

$$\epsilon_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{dN\Phi_B}{dt}$$

“ Da definição de indução, temos:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad \therefore \quad N\Phi_B = Li$$

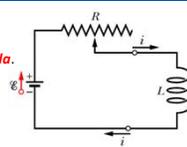
“ Logo:

$$\epsilon_L = -\frac{d(Li)}{dt} \quad \therefore \quad \epsilon_L = -L \frac{di}{dt}$$

fem auto-induzida
(bobina, solenóide, toróide)

“ Não importa o valor de i , mas sim sua taxa de variação.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 11



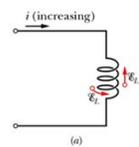
Auto-indução

“ O sentido da **fem auto-induzida** é dado pela Lei de Lenz.

“ A fem auto-induzida atua de modo a **se opor à variação que a produz**.

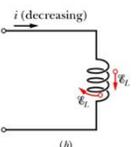
“ Na Fig. a corrente aumenta (a) ou diminui (b) a uma taxa di/dt .

i (increasing)



(a)

i (decreasing)



(b)

i cresce
 ϵ_L se opõe ao crescimento

i diminui
 ϵ_L se opõe a diminuição

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 12

Auto-indução

Vimos que:

Fluxos magnéticos variáveis ($d\Phi_B/dt$) geram um **campo elétrico induzido**.

O **potencial elétrico** não tem significado para *campos elétricos induzidos*.

De forma similar:

Quando uma *fem auto-induzida* é produzida num indutor, não podemos definir um potencial no interior deste indutor, onde há um $d\Phi_B/dt$.

Podemos definir um potencial em **pontos fora desta região**, onde E no fio é causado por **distribuições de carga!**

Definimos V_L como a ddp entre os terminais do indutor (fora da região de fluxo).

Para um indutor de resistência nula: $V_L = \mathcal{E}_L$.

Exercício

Qual afirmação abaixo descreve a corrente através do indutor na figura se a fem induzida aponta como mostrado?

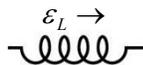
A. Constante e para a direita $\mathcal{E}_L = 0$

B. Constante e para esquerda $\mathcal{E}_L = 0$

C. Aumentando e para direita $\leftarrow \mathcal{E}_L$

D. Diminuindo e para esquerda $\leftarrow \mathcal{E}_L$

E. Aumentando e para a esquerda $\mathcal{E}_L \rightarrow$



Resposta/resolução

Indutores

Indutores são dispositivos usados para **produzir campos magnéticos** em determinada região do espaço.

Servem para armazenar energia no campo magnético.

São constituídos normalmente por uma bobina.

São feitos enrolando um fio isolado ao redor de um núcleo (o indutor é um eletroímã). O núcleo pode ser ar.

Principais aplicações incluem uso em:

➤ Filtros (atenuam (limitam) a corrente de entrada para a saída de acordo com a frequência) (filtro passa-baixa ou passa-alta).

➤ Recepções e transmissões de rádio.

➤ Circuitos ressonantes.



Pesquise!
p/ saber mais



Circuitos RL

RELEMBRANDO O CIRCUITO RC

Vimos que, para um circuito RC:

$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$

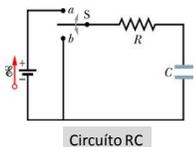
Capacitor carregando

$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$

Capacitor descarregando

$\tau = \tau_c = RC$

Constante de tempo capacitiva



Circuito RC

A cte de tempo τ_c descreve tanto o **decréscimo** quanto o **aumento** de carga.

Veremos a seguir que a situação é similar para um circuito RL.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Circuitos RL

A fig. mostra um **circuito RL**.

Ao fechar a chave "a", a corrente começa a crescer no resistor.

Sem o indutor, a corrente atingiria seu valor estacionário \mathcal{E}/R rapidamente.

Devido ao indutor, uma fem auto-induzida \mathcal{E}_L surge.

\mathcal{E}_L se opõe ao aumento de i (Lei de Lenz).

R fica sujeito à diferença entre duas fems:

$\mathcal{E} = c\mathcal{E}$

fem da bateria

Sentidos contrários

$\mathcal{E}_L = L \frac{di}{dt}$

fem auto-induzida

Devido ao indutor, a corrente em R será **menor** que \mathcal{E}/R .

Quanto mais tempo passa, menor a taxa di/dt e logo a \mathcal{E}_L .

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Circuitos RL

Aplicando a regra das malhas ao circuito RL com a chave em "a", temos:

$\mathcal{E} - iR - L \frac{di}{dt} = 0$

Resolvendo a eq. diferencial para $i(t)$, encontramos:

$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$

Crescimento de corrente

$\tau_L = \frac{L}{R}$

Constante de tempo indutiva

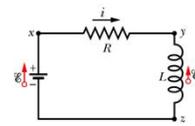
Compare com:

Quando $t = \tau_L = L/R$:
 $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{\mathcal{E}}{R}$
 τ_L é o tempo necessário para que i atinja 63% do seu valor de equilíbrio.

$\tau_L = \frac{H}{\Omega} = \frac{H}{\Omega} \left(\frac{Vs}{HA} \right) \left(\frac{\Omega A}{V} \right) = s$

$\frac{\mathcal{E}_L L}{Li} = \left(\frac{Vs}{HA} \right)$

$\frac{Ri}{V} = \left(\frac{\Omega A}{V} \right)$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Circuitos RL

Para t grande ($t \rightarrow \infty$) $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$ Indutor atua como um fio. $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$

Quando t é pequeno (zero), $i = 0$. Indutor atua como um circuito aberto.

A corrente começa de zero e aumenta até um máximo de $i = \mathcal{E}/R$ com uma constante de tempo de τ_L .

A voltagem no resistor é:
 $V_R = iR = \mathcal{E}(1 - e^{-Rt/L})$

A voltagem no indutor é:
 $V_L = \mathcal{E} - V_R = \mathcal{E} - \mathcal{E}(1 - e^{-Rt/L}) = \mathcal{E} e^{-Rt/L}$

The circuit diagram shows a battery with EMF \mathcal{E} , a switch, a resistor R , and an inductor L in series. The top graph plots current i (A) vs time t (ms), showing an exponential rise from 0 to a steady-state value of 10 A. The bottom graph plots voltage V_L (V) vs time t (ms), showing an exponential decay from 10 V to 0.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 30

Circuitos RL

O que acontece quando a chave S é deslocada de a para b ?

Tínhamos, de acordo com a regra das malhas:

$$\mathcal{E} - iR - L \frac{di}{dt} = 0$$

Teremos agora:

$$iR + L \frac{di}{dt} = 0$$

O decaimento de corrente é então dado por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-Rt/L} = i_0 e^{-Rt/L}$$

Decaimento de corrente $i_0 = i(t=0)$

Voltagem no resistor: $V_R = iR = \mathcal{E} e^{-Rt/L}$

Voltagem no indutor: $V_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{\mathcal{E}}{R} \frac{d}{dt} e^{-Rt/L} = -\mathcal{E} e^{-Rt/L}$

The circuit diagram shows a battery with EMF \mathcal{E} , a switch S that can be moved from position a to position b , a resistor R , and an inductor L . The graph plots current i (A) vs time t (ms), showing an exponential decay from 10 A to 0.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 30

Exercício

Um solenóide tem uma indutância de 39 mH e uma resistência de $0,28 \Omega$. Se o ligarmos a uma bateria, quanto tempo levará para a corrente atingir um terço do seu valor final de equilíbrio? [$t = 56 \text{ ms}$]

Resolução $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$

Corrente de equilíbrio: $t = \infty$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L}) = \frac{1}{3} \frac{\mathcal{E}}{R} \quad t = -\frac{L}{R} \ln\left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 31

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 33: **1, 5, 6, 8, 9, 13, 18, 19, 22**, 29, 30, 33, 35, 37, 38 e 42.

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br
